



Il più ampio campo di applicazione del calcolo delle probabilità nel Bridge è quello relativo alla licita, ma è anche quello in cui più raramente il calcolo statistico viene utilizzato.

C'è un motivo per questa apparente contraddizione: la forte soggettività della dichiarazione e dei sistemi dichiarativi.

Pur rispettando tale soggettività cerchiamo di porre delle basi comuni su cui poter sviluppare un minimo di teoria; premetto che siamo all'anno zero, molto lontani da una solida base di partenza.

Verrà fuori una sinfonia incompiuta, un insieme di suoni cacofonici che attendono un Direttore d'Orchestra capace di porre ordine tra le note e nella melodia.

Mi viene da ridere pensando che proprio io voglio parlarvi di dichiarazione, io che sono uno dei peggiori licitatori che conosco. Coraggio, mi limiterò alle sole valutazioni quantitative e cercherò di non entrare mai nel merito di valutazioni qualitative; inoltre mi riferirò sempre ad un generico S.D. o al più al "Fiori Forte" che gioco abitualmente e che un pochino conosco anche se il mio abituale compagno è di diverso avviso.

## **Preludio**

Prendiamo in considerazione le seguenti mani di bridge:

a)	b)	c)
♠ AKQJ1098765432	♠ AKQJ	♠ 64
♥ -	♥ AKQ	♥ Q74
♦ -	♦ AKQ	♦ A864
♣ -	♣ AKQ	♣ A765

forse non lo sapete, ma avete la stessa probabilità di estrarre dall'astuccio una qualunque delle tre.

Voi siete certi che non vi sia mai capitata ne la mano a) ne la b), ma avete la sensazione che la c) si sia verificata proprio ieri sera, vediamo se la Vs. sensazione è esatta.

In effetti la distribuzione 4-4-3-2 si verifica una volta ogni 5, se poi richiediamo che si tratti di una 2/3/4/4 questo succede una volta ogni 60, imponendo ancora di avere i 2 Assi nei minori scendiamo a una su 500, e così via abbassando le possibilità ogni volta che imponiamo il possesso di una specifica carta fino a raggiungere le identiche scarse probabilità della a) e della b). In altre parole: è assai probabile che ieri abbiate ricevuto una 4-4-3-2 di 10 punti, è quasi impossibile che abbiate avuto la mano c).

Nel tentativo di porre ordine enunciamo, come si farebbe in Matematica, le asserzioni che via via acquisiamo:

**Asserzione 1): Ogni mano interamente determinata (cioè di cui si conoscono Seme e Valore di tutte le 13 carte), ha la stessa probabilità di verificarsi**

Nella pratica noi non parliamo mai di una mano determinata, ma ci riferiamo a mani generiche di un qualche tipo. Ad esempio parliamo di una bilanciata 16-18, di un seme tredicesimo, di una bilanciata di 37 punti o di una 4/4/3/2 di 10 punti.

Si anche la mano con un seme tredicesimo e quella bilanciata di 37 punti sono generiche, infatti in entrambi i casi sono costituite da 4 mani determinate; mentre le altre tipologie dell'esempio, che constatiamo capitare con una certa frequenza, sono costituite da un più ampio numero di mani determinate.

E questo ci porta ad enunciare la seconda asserzione:

**Asserzione 2): La probabilità di ricevere una mano di un qualche tipo è direttamente proporzionale al numero di mani determinate che compongono quel tipo.**

Tutto molto ovvio. Se voglio sapere quale probabilità ha il mio partner di ricevere una mano di 30 punti basta che considero tutte le mani possibili con 30 Punti (il che vuol dire permutare sia gli Onori che le cartine in tutti i modi possibili purché il totale dei punti sia 30) che sono approssimativamente 130 milioni e divido per tutte le mani possibili che come già sapete sono circa 635 miliardi e scopro che tale evento si verifica circa 2 volte ogni 10 mila mani.

Ora guardo le mie carte e prendo atto che ho una apertura di 1 SA, ora l'evento "Il mio compagno ha 30 Punti" è diventato impossibile. In altre parole il calcolo di sopra va rieseguito. Ed in realtà si sarebbe dovuto rieseguire qualunque fosse la mia mano.

E questo ci porta ad enunciare la terribile terza asserzione:

**Asserzione 3): La probabilità che si verifichi una mano di un qualche tipo o una qualche distribuzione è direttamente proporzionale al numero di mani possibili che compongono quel tipo o quella distribuzione.**

La asserzione 3) è una riformulazione in chiave più ampia della 2). Ma l'aver sostituito "mani determinate" con "mani possibili" complica enormemente la situazione. Infatti il numero delle mani determinate (che sono semplicemente Tutte le mani possibili a PRIORI, prima cioè di ogni informazione) è desumibile con facili (!) calcoli; di contro il numero delle mani possibili a POSTERIORI (dopo aver acquisito delle informazioni) è molto più complesso da trovare.

Ora succede, riallacciandomi a quanto detto in precedenza, che quando noi acquisiamo informazioni tiriamo via intere vagonate di biglie e quelle residue si trovano in un diverso rapporto di forze, e questo accade ogni volta otteniamo una nuova informazione per quanto piccola.

## **1° Movimento**

La dichiarazione è una sequenza di licite che rispetta regole ben note ai giocatori di bridge (ogni chiamata deve superare la precedente, non si può contrare il compagno anche se a volte lo meriterebbe, termina sempre con 3 PASSO, ecc.).

Le più brevi richiedono 4 licite, solo 36 dichiarazioni hanno questa caratteristica:

- 1) p p p p
- 2) 1F p p p
- 3) 1Q p p p
- .....
- 36) 7SA p p p

La più lunga è unica ed è composta da 319 cartellini:

p p p – 1F p p ! p p !! p p - .... – 7SA p p ! p p !! p p – p

Si tratta di una dichiarazione assai curiosa dove per 35 volte si ripete quasi identica una sequenza di 9 licite completata da 3 PASSO iniziali ed uno finale ( $35 \times 9 + 3 + 1 = 319$ )

Il numero delle dichiarazioni è certamente finito, ha quindi senso chiedersi quante sono.  
Proviamo a rispondere a questa domanda quando solo una linea effettua licite diverse da PASSO.  
Anzitutto osserviamo che se poniamo come licita massima 1F le dichiarazioni possibili sono 4:

- 1) 1F p p p
- 2) p 1F p p p
- 3) p p 1F p p p
- 4) p p p 1F p p p

Se poniamo come licita massima 1Q le dichiarazioni possibili diventano 12 potendo aggiungere alle 4 sopra dette le 4 che si ottengono allungando con la licita di 1Q:

- 5) 1F p 1Q p p p
- 6) p 1F p 1Q p p p
- 7) p p 1F p 1Q p p p
- 8) p p p 1F p 1Q p p p

e le 4 che si ottengono sostituendo 1F con 1Q

- 9) 1Q p p p
- 10) p 1Q p p p
- 11) p p 1Q p p p
- 12) p p p 1Q p p p

Se poniamo come licita massima 1C diventano 28, ovvero le 12 già viste, altre 12 ottenute allungando le sequenze con 1C e le 4 che si ottengono sostituendo 1Q con un 1C nelle 9), 10), 11) e 12) o se preferite sostituendo 1F con 1C nelle 1), 2), 3) e 4).

Abbiamo così trovato una formula ricorsiva che ci consente di calcolare il numero delle dichiarazioni possibili ponendo come licita massima X noto il numero delle dichiarazioni possibili ponendo come licita massima X-1 [X= PASSO, 1F, 1Q, ..., 7SA; così se X=2P allora X-1=2C, ecc.].

Indicando con f(X) questa funzione avremo:

f(0)=f(PASSO)=0

$f(1)=f(1F)=0 \times 2 + 4=4$  (Questo valore lo avevamo già trovato per via diretta)  
 $f(2)=f(1Q)=4 \times 2 + 4=12$  (Anche questo trovato per via diretta a conferma della teoria)  
 $f(3)=f(1C)=12 \times 2 + 4=28$   
 $f(4)=f(1P)=28 \times 2 + 4=60$   
 ....  
 $f(34)=f(7P)=6.87 \times 10^{10}$   
 $f(35)=f(7SA)=1.37 \times 10^{11}$

Valori che si possono trovare facilmente con una buona calcolatrice.

Affrontando il caso generale in cui entrambe le linee possono effettuare licite diverse da PASSO si vede che c'è una formula ricorsiva analoga:  $g(X) = g(X-1) \times 22 + 7$ .

La dimostrazione è simile alla precedente e ve la risparmio, chi lo desidera può fare una semplice verifica sviluppando le sequenze che non superano 1F. Queste sono proprio 29 come atteso dalla formula, ricordate che in questo caso potete utilizzare CONTRO e SURCONTRO fino ad arrivare alla sequenza: p p p 1F p p ! p p !! p p p.

Se vi state chiedendo perché  $f(\text{PASSO})=0$  mentre  $g(\text{PASSO})=1$  dovete fare riferimento alla definizione delle 2 funzioni; la  $f(X)$  rappresenta il numero delle dichiarazioni in cui una ed una sola linea effettua dichiarazioni diverse da PASSO, la  $g(X)$  rappresenta il numero delle dichiarazioni in cui entrambe le linee possono (ma non è obbligatorio) effettuare dichiarazioni diverse da PASSO. In altre parole la sequenza p p p è conteggiata in tutte le  $g(X)$  ed in nessuna  $f(X)$ .

$g(0)=g(\text{PASSO})=1$   
 $g(1)=g(1F)=1 \times 22 + 7=29$   
 $g(2)=g(1Q)=29 \times 22 + 7=645$   
 ....  
 $g(36)=g(7SA)=1.29 \times 10^{47}$

Questa volta se volete trovare tutti i valori della funzione necessitate di un computer e di un idoneo programma. Il programma è disponibile sul sito (il "CIB"), il computer dovete mettercelo voi.

Alzi la mano chi era riuscito ad immaginare che  $g(7SA)$ , che vale  $1.29 \times 10^{47}$ , fosse un miliardo di miliardi di volte più grande del numero delle smazzate possibili.

E' vero che alcune sequenze sono improponibili perché non si può dar loro un significato bridgistico (che senso può avere la dichiarazione di 319 licite su menzionata), ma quanti sistemi dichiarativi usano tutto il potenziale dichiarativo che ho messo in evidenza?

Se vi siete chiesti se sia possibile descrivere ciascuna delle  $6.35 \times 10^{11}$  mani che vi possono capitare fino alle più piccole cartine, magari approfittando di avversari compiacenti che non si inseriscono mai, ora sapete che questo non è possibile visto che le dichiarazioni di una singola linea sono in numero decisamente inferiore.

Di contro il numero delle smazzate è  $5.36 \times 10^{28}$ , molto maggiore quindi del numero delle mani. Ora sapete che se le 2 linee collaborano possono descrivere ogni singola smazzata mostrando fino alla più piccola cartina; anzi possono farlo in miliardi di miliardi di modi differenti.

Quando dichiarano entrambe le linee il numero delle dichiarazioni si dilata enormemente. Sono sicuro che questo lo sapevate; tante che se su 1C interferite 1P private i vostri avversari di una

dichiarazione (1P appunto), ma ne guadagnano due (CONTRO e PASSO+CONTRO) moltiplicate per tutte le restanti. Così se ne avevano ancora 10.000 sono diventate 20.000.

Ed a proposito di interferenze cosa succede se su 1C dite 3P? Approssimativamente avete privato i vs. avversari del 99% delle dichiarazioni. Un bel vantaggio SE gli avversari avevano un Sistema Dichiarativo (notare la “S” e la “D” maiuscole!), SE il vs. compagno non aveva niente da dire e SE non pagate 800 su niente.

## 2° Movimento

Entriamo nel merito e cerchiamo di capire quali caratteristiche dovrebbe avere un sistema dichiarativo limitandoci alla sola prima licita. Lo so, è veramente molto restrittivo, ma ci sono problemi complessi che non sono in grado affrontare: la prima menzionata soggettività, ad esempio, che porta individui diversi a fare dichiarazioni limite o invitanti con le medesime carte, la enorme difficoltà di calcolare le probabilità delle distribuzioni del compagno dell'apertore, e potrei continuare per un pezzo.

Inoltre, e non è una questione da sottovalutare, sono veramente un pessimo dichiaratore; mi auguro che qualcuno con maggiori competenze bridgistiche possa un giorno risolvere l'intera questione (l'auspicato Direttore). Quasi certamente questo ci porterà al SISTEMA DICHIARATIVO UNICO, quello cioè che meglio saprà interpretare le infinite variazioni statistiche che si possono verificare.

Per il momento contentatevi, dicevamo:

- a) Le “Aperture” hanno la funzione di aggregare mani con peculiari valori di distribuzione e punteggio.
- b) La probabilità (o se preferite la frequenza di impiego) di una Apertura è funzione della totalità delle specifiche mani aggregate dentro la stessa.
- c) Tale probabilità cambia a seconda della posizione dell'Apertore e, per un problema complesso che vedremo tra breve, si può calcolare con attendibilità solo in riferimento al 1° di mano.

Per iniziare prendiamo in considerazione tutte le distribuzioni dalla più equilibrata 4-3-3-3 alla più estrema 13-0-0-0; le distribuzioni sono 39.

Tale numero aumenta se esplicitiamo i semi perché, ad esempio, la 4-3-3-3 da luogo a 4 casi, uno per ogni possibile seme quarto.

Se infine combiniamo i vari casi con i possibili punteggi si ottengono ben 15.152 distinte mani Generiche (Generiche perché comunque composte da una moltitudine di mani Determinate). Osserviamo da subito che quindi, mediamente, ogni mano generica ha una probabilità di verificarsi pari al 0.015%; una più profonda analisi consente di appurare che a fronte di poche mani generiche che superano, in modo significativo, questa soglia, ve ne sono molte i cui valori di probabilità è assai più basso della soglia. Non sembra utile accanirsi a descrivere e/o prevedere tali mani proprio a causa della bassissima frequenza di verificarsi.

A titolo di esempio la 4/3/3/3 (4° a Picche) di 9 punti, che è insieme alle altre analoghe con la 4° negli altri Semi la più frequente in assoluto, ha una probabilità pari allo 0.240%, mentre la 4/3/3/3 di 37 punti, che è insieme alle analoghe con 4° negli altri semi ed a ciascuna delle 13/0/0/0 la meno frequente in assoluto, ha una probabilità pari allo 0.00000000157%.

Non ho intenzione di spiegarvi come sono pervenuto a questi numeri, vi basta sapere che ho utilizzato il mio programma "Aperture" che genera il File "DISTPUNT.TXT" (distribuzioni per punteggi, che fantasia) che esplicita ciascuna delle 15.152 mani generiche.

Se ora prendiamo in considerazione una apertura di un qualche sistema dichiarativo (e per semplicità consentitemi di fare riferimento al mio Fiori Forte) ad esempio 1F con 17+ punti, ecco che possiamo estrarre dall'insieme delle 15.152 mani generiche tutte e sole quelle che soddisfano la condizione richiesta, in questo caso il possesso di 17+ punti Onori.

Se invece prendiamo la 1SA bilanciata o semi bilanciata da 15 a 16 punti ancora una volta possiamo estrarre le mani generiche che verranno aperte con 1 S.A. filtrando sia sul punteggio che sulla distribuzione.

Questo processo è ovviamente applicabile ad ogni apertura di ogni sistema. Viene allora spontaneo chiedersi qual è la probabilità (cioè la frequenza di impiego) di ogni apertura diciamo da 1F fino a 4SA, considerato che le altre aperture avranno una frequenza assolutamente trascurabile ed un significato certamente naturale ed universale. Il menzionato programma APERTURE svolge proprio questa funzione.

Al lettore non sarà sfuggita una possibile incongruenza: la mano A1098-A1098-A10-A109 appartiene alla famiglia delle bilanciate di 16 punti, ma fa venire una gran voglia di aprirla di 1F (supposto di giocare il mio Fiori Forte); di contro la mano J32-J32-AQJ2-AKJ, che appartiene alla famiglia delle bilanciate di 17 punti verrebbe certamente descritta meglio da 1SA che non da 1F.

Il metodo descritto non consente di gestire le 2 eccezioni menzionate, ma come tutti i metodi statistici media le situazioni limite per cui alla fine è ragionevole supporre che le probabilità estratte per ogni apertura coincidano, in buona sostanza, con quelle reali.

Come promesso non prendiamo in considerazione nessun particolare S.D., anzi li prendiamo tutti e li inseriamo in 2 macro categorie:

- 1) quelli che aprono tutte le mani di 12+ punti a prescindere dalla distribuzione, e tutte le mani di 11 o meno punti con significativi valori distribuzionali (es: 5° Nobile, 5-5, 6+ Carte, ecc.). Con questo tipo di sistema il 1° di mano apre circa il 48% delle volte;
- 2) quelli che aprono tutte le mani descritte al punto 1) più le bilanciate e/o semi bilanciate di 11 punti. Con questo tipo di sistema il 1° di mano apre circa il 52% delle volte.

Se pensate che i valori su riportati siano applicabili anche all'Apertore in seconda, terza o quarta posizione siete in errore. Una semplice considerazione dovrebbe convincervi di quanto detto: se il primo di mano dice PASSO (mostrando di NON possedere una mano idonea all'apertura e quindi di meno di 12 punti e/o priva di significativi valori distribuzionali) allora il secondo vede aumentare la probabilità di avere 11/12+ punti; se anche il secondo dice PASSO le probabilità crescono per il terzo, e così via.

Di quanto aumentano tali probabilità sembra incalcolabile, ma prima di arrenderci proviamo a fare un ragionamento. La nostra esperienza ci dice che le smazzate con tutti PASSO non superano l'1%; ora se costruiamo una tabella in cui misuriamo le probabilità teoriche di apertura dei Giocatori nelle 4 posizioni, ipotizzando che la frequenza di apertura valga per i giocatori in qualsiasi posizione si trovino, viene fuori la seguente situazione riferita a 1000 smazzate:

Tipo Sistema	1° Giocatore	2° Giocatore	3° Giocatore	4° Giocatore	Tutti PASSO
-1-	480	250	130	67	73
-2-	520	250	120	57	53

Prima considerazione: più è alta la probabilità di apertura del 1° di mano più diminuisce la probabilità di apertura degli altri Giocatori; questo è più che ovvio, ad esempio supponendo su una linea 2 bilanciate di 11 e 15 punti rispettivamente si arriva certamente a giocare manche; solo che con un sistema di tipo 1) l'apertura sarà stata del Giocatore con 15 punti e con uno di tipo 2) sarà stata del Giocatore con 11 punti (con una conseguente diminuzione delle probabilità di apertura del Compagno).

Seconda considerazione: le smazzate di tutti PASSO sono in ogni caso molto maggiori di quelle riscontrate nella nostra esperienza. Questo, oltre ad essere la conferma della tesi che dopo ogni PASSO le probabilità di Apertura vanno aumentando, ci consente di dedurre con buona approssimazione l'incidenza percentuale di aumento delle Aperture stesse a seguito dei vari PASSO.

In altre parole i valori della colonna riferita al 1° Giocatore (48% e 52%) sono certamente corretti, e quelli della colonna riferita a tutti PASSO (7,3% e 5,3%) sono certamente sbagliati; siccome questi ultimi si ottengono per differenza da 1000 dei valori precedenti allora occorre rettificare i valori delle altre colonne.

Per farla semplice prendiamo le eccedenze dell'ultima colonna e le ridistribuiamo sulle colonne intermedie con il criterio di aumentare del 12%, per ogni turno di PASSO, per i sistemi di tipo 1) e del 10% per quelli di tipo 2), ed otteniamo:

Tipo Sistema	1° Giocatore	2° Giocatore	3° Giocatore	4° Giocatore	Tutti PASSO
-1-	480	312	150	49	9 < 1%
-2-	520	298	131	43	8 < 1%

e questi valori sono congrui con la nostra esperienza quotidiana, il che ci porta ad una conclusione: a seguito dei vari PASSO le probabilità di aprire per i Giocatori che seguono vanno aumentando del 10-12% per ogni turno di PASSO, ragion per cui il 4° Giocatore apre, dopo 3 PASSO, oltre l' 80% delle volte.

### 3° Movimento

L'ultima questione che voglio affrontare riguarda la probabilità del FIT.

Prenderemo in esame delle situazioni e vedremo come tale probabilità venga modificata dalle informazioni acquisite.

Con:

- ♠ XXXXX
- ♥ XXX
- ♦ XXX
- ♣ XX

ed in assenza di altre informazioni avete il 66% di probabilità di trovare un Fit di 8 o più carte in un nobile, di questo il 53% riguarda il Fit a Picche.

Questa, insieme alle altre informazioni statistiche di questa sezione, sono state trovate utilizzando una specifica funzione del programma "CIB"

Se il vostro compagno ha mostrato una bilanciata le possibilità in generale salgono al 68%, in particolare quella del Fit a Picche arriva al 60%.

Se non avete informazioni sulle carte del Compagno, ma sapete che gli Avversari hanno almeno 7 carte di Fiori (ad esempio perché è stato fatto un barrage) le vostre possibilità di Fit salgono al 73%, e di queste il 60% riguarda un possibile Fit a Picche. Inoltre grosso modo si equivalgono le possibilità di un Fit 8° con quelle di un Fit 9°

Se il barrage è stato fatto a Quadri le vostre probabilità di Fit nobile arrivano al 78% e quelle del Fit a Picche superano il 67%.

Con:

♠ xxxxxx  
♥ xxx  
♦ xx  
♣ xx

ed in assenza di altre informazioni avete l'83% di probabilità di trovare un Fit di 8 o più carte in un nobile, di queste il 76% riguarda il Fit a Picche.

Se non avete informazioni sulle carte del compagno, ma sapete che gli avversari hanno almeno 7 carte di Fiori o di Quadri (ad esempio perché è stato fatto un barrage) le vostre possibilità di Fit salgono all' 88%, e di queste l'80% riguarda un possibile Fit a Picche. Questa volta le possibilità di un Fit 9° sono doppie rispetto a quelle di un Fit 8°

Vediamo se questo può aiutarci a risolvere problemi concreti, avete

♠ A7654  
♥ AK32  
♦ A32  
♣ 3

in zona contro prima e l'avversario alla vostra destra, primo di mano, ha aperto di 4F.

Se avete concordato con il compagno che 4Q indica una mano 5/4/3/1 di 15 punti, potete dichiarare 4Q e saltare il resto, diversamente dovreste scegliere tra un CONTRO che chiarisce il punteggio, ma non mostra la 5° di Picche (ne la 4° di Cuori, ma questa sembra condannata) e 4P al buio.

Facciamo una ipotesi: Asso, Re e Donna di Fiori settimi, visto la situazione favorevole, giustificano tale intervento. I 9 punti presunti più i vostri 15 fa 24, il compagno avrà mediamente la metà dei punti residui, cioè 8.

Il meglio possa possedere è Re di Picche 3° o 4°, Donna di Cuori e Re di Quadri con cui si pagano una Fiori, una Quadri ed almeno una Picche. Inoltre ci sono buone possibilità di pagare 2 Picche nella metà dei casi del Fit solo 8°.

Possiamo fare questo conto approssimativo: nel 30% (la metà del 60% dell'ipotesi di Fit) dei casi vinciamo, nel restante 30% abbiamo ancora bisogno delle Picche divise e questo, in virtù della settima di Fiori nota, non supera il 30%. Il 30% del 30% fa il 9%, in totale abbiamo il 39% di possibilità di realizzare il contratto.

Sembra meglio contentarsi dei 300/500 punti della punizione.

Diverso il discorso con

- ♠ A87654
- ♥ AK2
- ♦ A32
- ♣ 3

Ora il conto dice che nel 54% (due terzi del 80% dell'ipotesi di Fit) dei casi vinciamo, nel restante 26% abbiamo ancora bisogno delle Picche divise e questo, in virtù della settima di Fiori, non supera il 30%. Il 26% del 30% fa circa l'8%, in totale abbiamo il 62% di possibilità di realizzare il contratto.

Lo so che lo sapevate già, e quello che fate abitualmente in questa circostanza. Solo desideravo mettere in evidenza che questo comportamento ha una solida base statistica, alla cui scoperta magari siamo pervenuti a forza di errori commessi negli anni. In pratica abbiamo applicato il principio della "Frequenza": se una certa cosa si verifica con una certa frequenza, allora quella è la sua probabilità anche se non siamo in grado di calcolarla.

Ora però lo siete (in grado di calcolarla intendo).